

球面調和関数と鉛直構造関数を用いた 3次元スペクトルモデルの構築と気候学への応用

鈴木智大 指導教官 村上茂教教授

1. はじめに

スペクトル法では微分の計算が原理的には誤差を持たず数値粘性が生じない他、基底関数の選択によっては線形力学演算子の固有値分解の計算コストが削減できる可能性がある等の利点がある。黒木 (2015)等で3次元スペクトルモデルが構築されているが、人工的な制約条件が必要となったり、ジオポテンシャルの計算に難点がある等の弱点があり、未だ実用的な非線形モデルは構築されていない。本研究では、球面調和関数と鉛直構造関数を用いて実用的な3次元スペクトルモデルを構築した。

2. 鉛直構造関数

鉛直構造関数は、断熱で摩擦なしの静止大気を基本場とし線形化したプリミティブ方程式を変数分離して得られる、鉛直構造方程式の固有解である。Kasahara (1984)を基にルジャンドル多項式を用いて鉛直構造関数を数値的に求めた。

$$\frac{d}{d\sigma} \left\{ \frac{(\sigma+1)T_{00}}{\Gamma_0} \frac{dG(\sigma)}{d\sigma} \right\} + \lambda G(\sigma) = 0$$

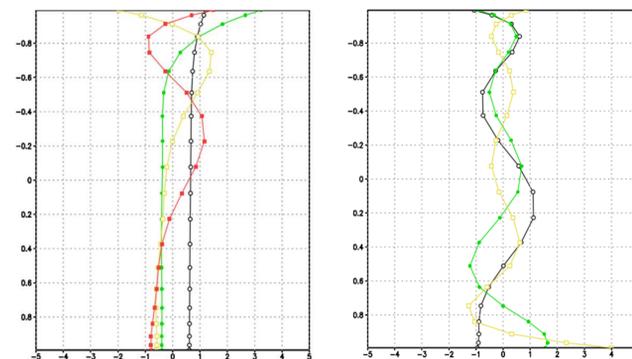
$$\frac{dG}{d\sigma} = \text{finite} \quad \sigma = -1$$

$$\frac{dG}{d\sigma} + \frac{\Gamma_0}{T_0} = 0 \quad \sigma = 1$$

$$G(\sigma) = \sum_{j=0}^{J-1} a_j P_j$$

$$\sum_{j=0}^{J-1} M_{ij} a_j = \lambda a_i$$

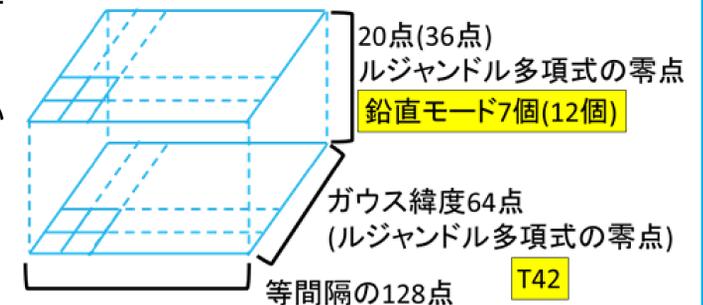
$$M_{ij} = T_{00} \int_{-1}^1 \frac{\sigma+1}{\Gamma_0} \frac{dP_i}{d\sigma} \frac{dP_j}{d\sigma} d\sigma + T_{00} \left[\frac{2}{T_{00}} P_i P_j \right]_{\sigma=1}$$



J=7で数値的に求めた鉛直構造関数。
左図：黒、緑、黄、赤の順に第1,2,3,4モード
右図：黒、緑、黄の順に第5,6,7モード

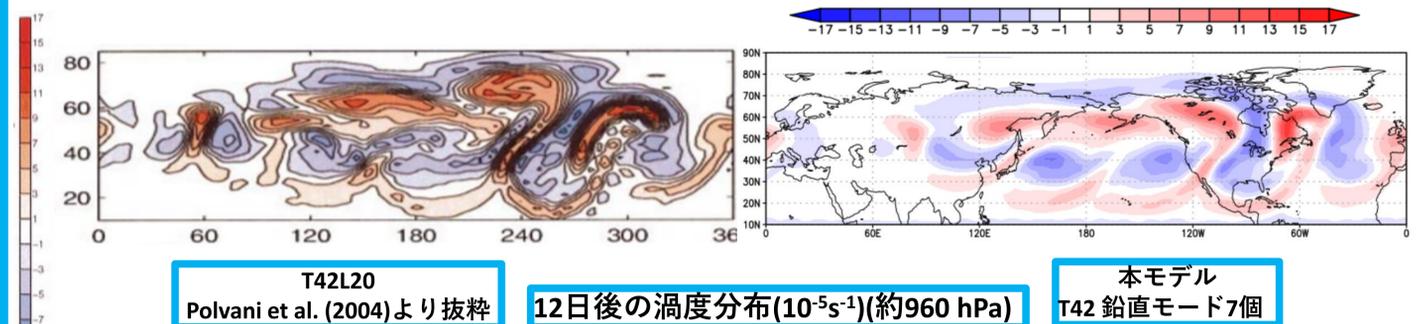
3. モデルの変換格子

水平方向の切断波数は三角切断でT42とし、非線形項の計算でエリアシングが起きないように鉛直モードは7モードまで用いている。
()内の値は7月の気候値を用いた特異値分解の時の値で、鉛直モードは12モードまで用いている。



4. 傾圧不安定波の実験

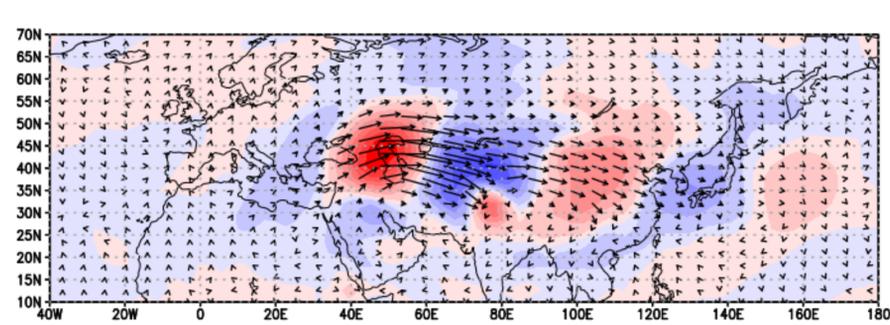
構築したモデルを用いて、Polvani et al. (2004)で提唱されている傾圧不安定波の実験を行った。傾圧的に不安定な偏西風ジェットおよびそれと温度風平衡にある温度場を基本場とし、これに微小温度擾乱を加えたものを初期値としている。



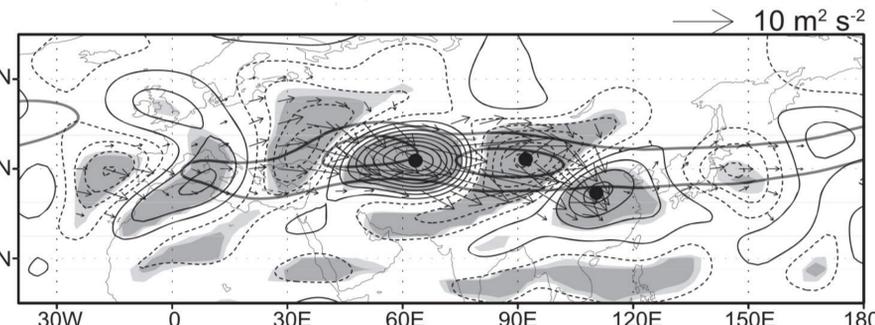
傾圧不安定波を再現でき、
正しくモデルが構築されていることが確認できた。

5. 7月の気候値を基本場として行った固有値分解・特異値分解

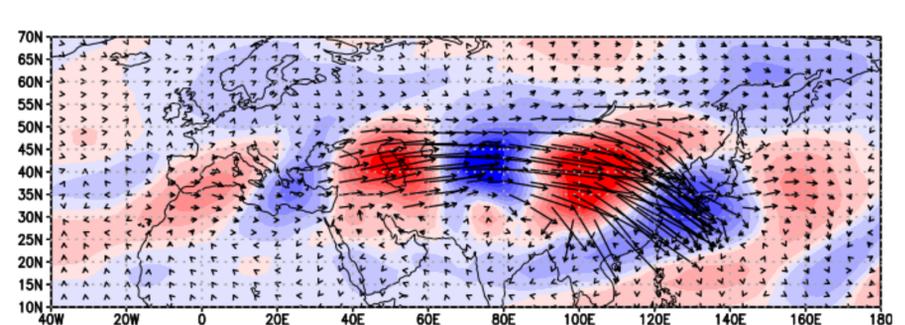
気候学的な応用として、構築したモデルを任意の基本場の周りに線形化し、7月の気候値を基本場として力学演算子の固有値分解・特異値分解を行った。JRA-55再解析データの東西風・南北風・気温・地上気圧の7月の気候値を使用した。



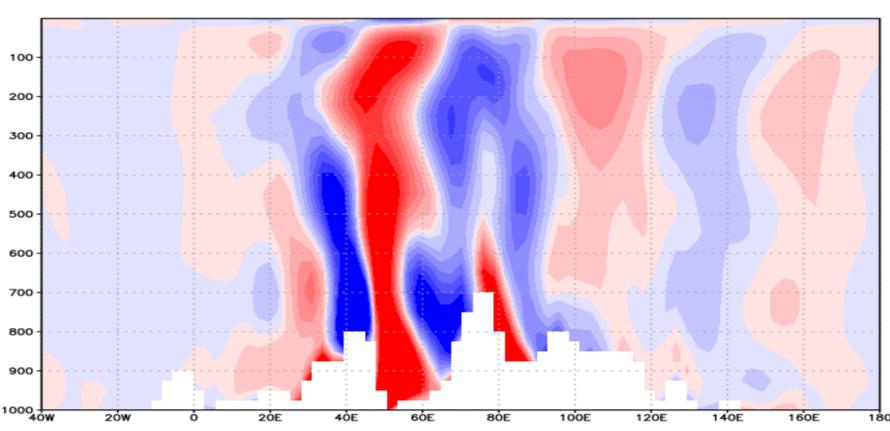
固有モードの渦度分布
($10^{-6}s^{-1}$)(約200 hPa)



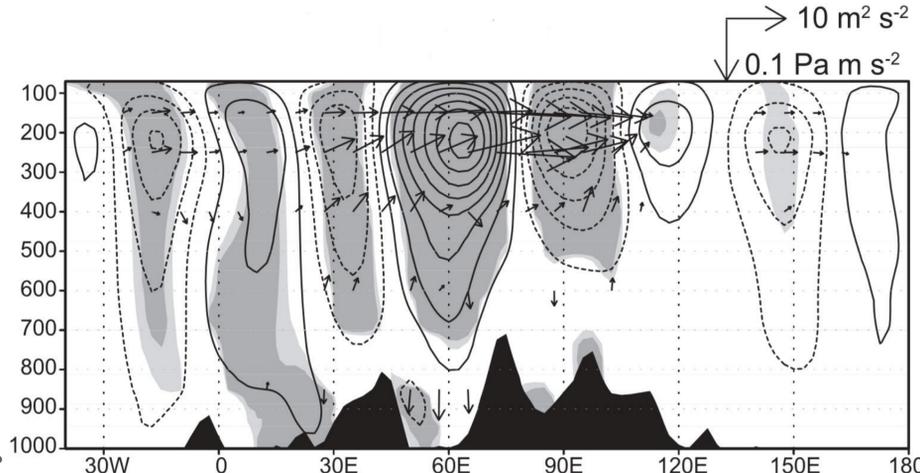
再解析データのEOF解析によって得られた
渦度分布($10^{-6}s^{-1}$)(200 hPa)Kosaka et al. (2009)より抜粋



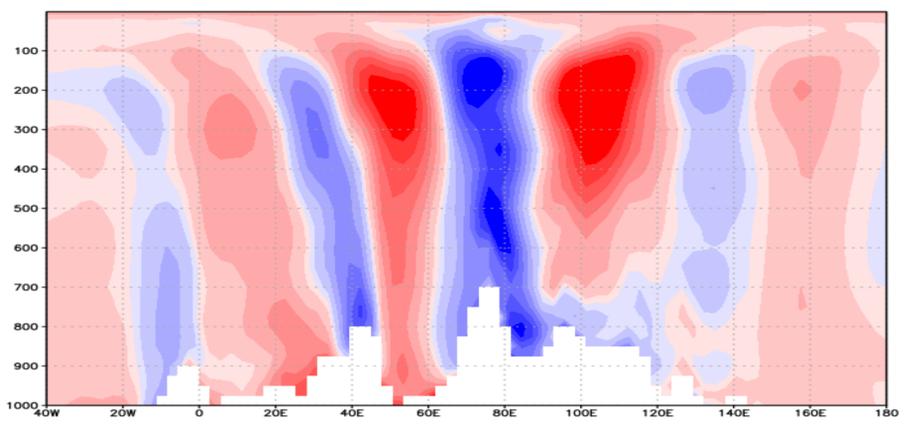
特異モードの渦度分布
($10^{-6}s^{-1}$)(約200 hPa)



同上、ただし北緯40度の緯度高度断面



同上、ただし北緯40度の緯度高度断面

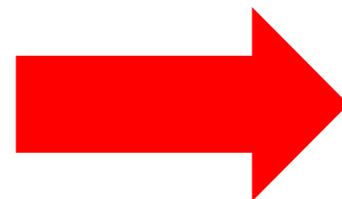


同上、ただし北緯40度の緯度高度断面

シルクロードパターンに似た固有モードとともに、中西(2018)では計算資源の問題で得られなかったシルクロードパターンに似た特異モードが得られた。

Kosaka et al. (2009)では、T42L20より低い解像度での特異値分解ではシルクロードパターンが得られなかった。行列の大きさは

101.7 GB
(鉛直差分20層)



37.4 GB
(鉛直モード12個)

5. 成果のまとめ

基底関数として、球面調和関数と鉛直構造関数を用いて3次元スペクトルモデルを構築した。このモデルによって、Kosaka et al. (2009)より少ない自由度・少ない計算資源でシルクロードパターンを特異モードとして得ることができた。

6. 今後の課題

- ・3次元スペクトル法に適合する鉛直モードにも依存した散逸項の導入
- ・鉛直構造関数の求め方、選択方法に吟味の余地あり
- ・固有値・特異値分解の7月以外の季節への適用