

鉛直構造関数と球面調和関数を用いた全球3次元スペクトルモデルの改良とArnoldi法による固有ベクトル計算の試み

齋藤 直幸

指導教官 村上 茂教 講師

1. はじめに

地球上の離れた地点の大気循環場の要素が、互いに相関を持ちながら長い周期で変動する現象をテレコネクション、その変動パターンをテレコネクションパターンと呼ぶ。

テレコネクションは大気循環場を長期間固定するため、しばしば異常気象の原因となる(例：平成30年7月豪雨)。

テレコネクションの解析手法の1つに線形化した大気モデルの固有分解があるが、一般に膨大なメモリと計算時間を必要とする。

この問題を解決するために、気象大学校における過去の卒業研究では次の二つの手法が試みられた。

手法1

大規模行列に対する固有値計算法であるArnoldi法を利用し、計算する固有値・固有モードを一部に限定する(細井, 2021)。

手法2

球面調和関数と鉛直構造関数を用いた低解像度でも表現力の高い3次元スペクトルモデルの利用(鈴木, 2020)。

手法1と手法2が併用できれば、**より大規模な固有値解析による抽出パターンの表現力向上**が期待できる。本研究では、その可能性を模索し、テレコネクションの解析に応用することを目的とする。

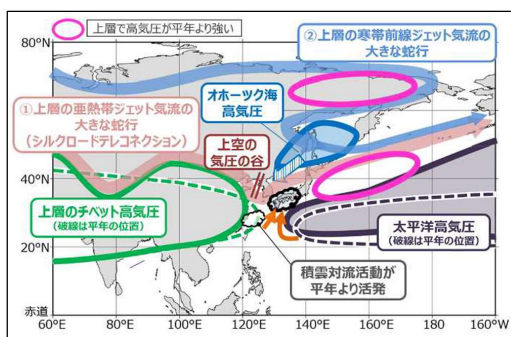


図1：平成30年7月豪雨の気象要因

https://www.jma.go.jp/jma/press/1808/10c/h30go_ukouon20180810.pdf

2. 研究の手順

1. 鈴木(2021)の全球3次元スペクトルモデルを全面的に再構築し、かつジオポテンシャルの計算方法を改良する。
2. 上記モデルを線形化し、気候平均場を基本場とする演算子行列の固有値解析によりテレコネクションを調べる。

3. 鉛直基底関数の選択とモデルの改良

3.1. 鉛直構造関数

静止大気を基本場として線形化したプリミティブ方程式を変数分離することにより、次の鉛直構造方程式を得る。

$$\frac{d}{d\sigma} \left(\frac{\sigma g}{R\Gamma_0} \frac{dG}{d\sigma} \right) + \frac{1}{D} G = 0$$

$$\frac{dG}{d\sigma} = \text{finite} \quad \text{大気上端}(\sigma = 0)$$
$$\frac{dG}{d\sigma} + \frac{\Gamma_0}{T_0} G = 0 \quad \text{大気下端}(\sigma = 1)$$

G : 鉛直構造関数

σ : 鉛直座標($0 < \sigma < 1$)

g : 重力加速度

R : 乾燥大気の気体定数

Γ_0 : 乾燥大気の不安定度

D : 等価深度

上記方程式の固有関数(鉛直構造関数)を鉛直方向の基底関数に選ぶことで、大気の鉛直構造の表現向上が期待できる。

3.2. ジオポテンシャルの計算方法の改良

ジオポテンシャル Φ は次の診断方程式を満たす。

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} = -\frac{RT}{\sigma}$$

上式右辺は大気上端($\sigma = 0$)付近において、桁が大きく変化するため、スペクトル変換による誤差が大きくなる。誤差を低減するため、変換に用いる鉛直モード数を増やす。

4. Arnoldi法

n 次行列 A の固有値問題 $Ax = \lambda x$ を $\{u, Au, \dots, A^{l-1}u\} (l < n)$ によって張られるKrylov部分空間に射影して解く方法。射影行列 V はKrylov部分空間の正規直行基底から構成される。

$$Ax = \lambda x$$

($n \times n$ 行列)



$$\begin{cases} V^T A V \xi = \lambda \xi \\ x = V \xi \end{cases}$$

($l \times l$ 行列)

5. 計算結果

5.1. 傾圧不安定波の実験 (Polvani et al. 2004)

傾圧的に不安定な東西一様ジェット構造を持つ基本場に微小温度擾乱を加えたものを初期値として傾圧不安定波の発達・伝播を計算する。

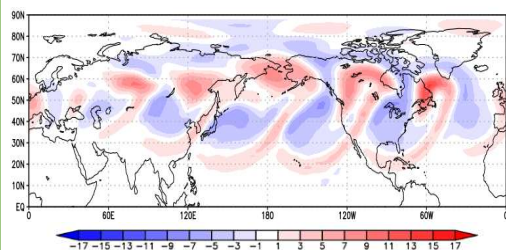


図2: 本研究で再構築した非線形モデルによる、12日後の渦度($10^{-5}[s^{-1}]$)の分布($\sigma = 0.96$)

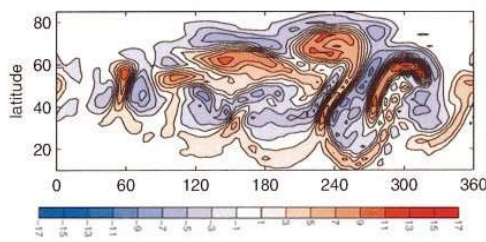


図3: Polvani et al. (2004)による傾圧不安定波の実験の12日後の渦度($10^{-5}[s^{-1}]$)の分布($\sigma = 0.95$)

傾圧不安定波の非線形発展が再現され(図2, 図3)、ジオポテンシャルの鉛直プロファイルも改善した(図略)。

6. まとめと今後の課題

- 鉛直構造関数を用いた全球3次元スペクトルモデルの再構築を行い、傾圧不安定波の実験でモデルの動作を確認した。
- 7月気候値を基本場とした固有値解析(直接法, Arnoldi法)によりシルクロードパターンや傾圧不安定波のモード解を得た。
- Arnoldi法による計算では、直接計算でみられなかった成長率の大きい実固有値が出現し、モードの計算結果も悪化した。
- Arnoldi法による成長率の大きい実固有値の出現と固有モードの表現悪化の原因を究明する必要がある。
- 鉛直構造関数の構成方法の再検討、拡散項の工夫等によりモデルの精度や安定性の向上を図る。

5. 2. 7月気候値を基本場とした固有値分解の結果

作成したモデルを線形化し、JRA-55再解析データの7月気候値を基本場としたT42V7L20解像度のモデルの固有値分解を行った。行列の次数は、直接計算が40656, Arnoldi法が20328で、必要な主記憶装置はArnoldi法により1/4となる。

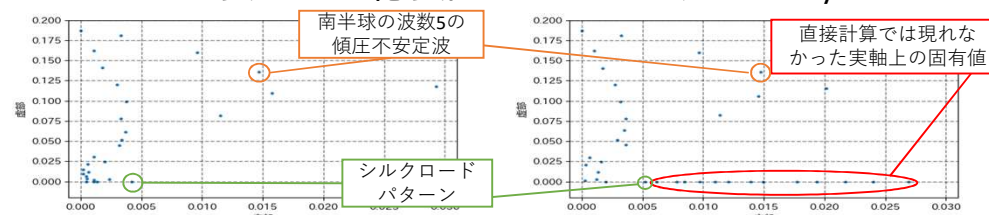


図4: 得られた固有値分布(一部領域を抜粋) 左: 直接計算 右: Arnoldi法

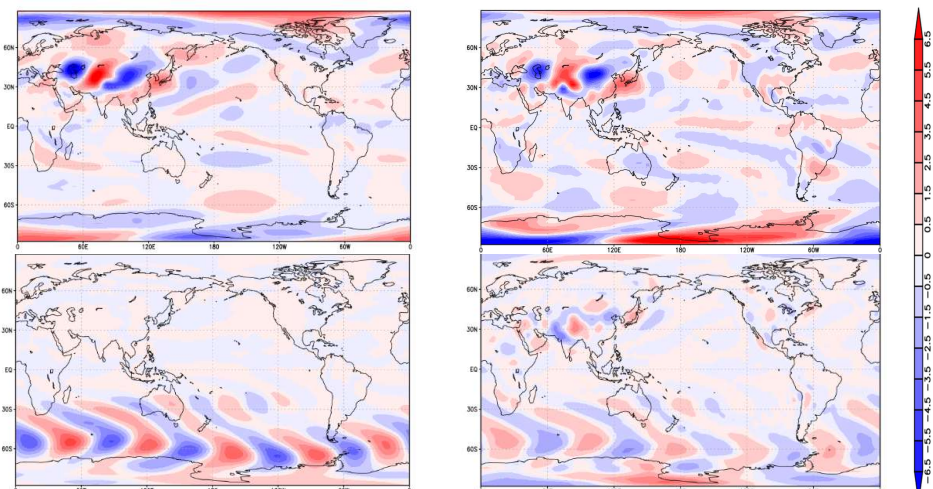


図5: 固有モード 左上: シルクロードパターン(直接計算) 右上: シルクロードパターン(Arnoldi法)
左下: 南半球の波数5の傾圧不安定波(直接計算) 右下: 南半球の波数5の傾圧不安定波(Arnoldi法)

Arnoldi法では、シルクロードパターンや傾圧不安定波のモード解を得たものの、直接法ではみられない成長率の大きな実数の固有値が出現し、固有モードの計算結果も悪化した。