

全球線型傾圧モデルの作成と力学演算子の固有値解析

中西智樹 指導教官：村上茂教教授

1 はじめに

- 大気大循環の長周期振動はテレコネクションパターンと呼ばれる特徴的な空間パターンを伴って現れることが多い。テレコネクションパターンは観測データの経験的直交関数(EOF)解析に基づくもの他、気候値を基本場として線型化した力学演算子の固有値・特異値解析によるものがある。
- 力学演算子の固有値分解は基本場となる気候平均場の下で可能な基本振動解を求める事に相当し、特異値分解することでの基本定常応答を求める事に相当する。Kosaka et al.(2009)では、7・8月の気候平均場を基本場として線型化した全球プリミティブモデルを特異値分解することでのシルクロードパターンに似たモードを取り出している。
- 本研究ではいくつかの大気モデルの固有値分解により、シルクロードパターンを抽出することを試みた

2 解析方法の概要

- 無次元化・線型化した球面上の順圧渦度方程式・プリミティブ方程式を基礎方程式とし、水平方向に球面調和関数を用いたスペクトル法、鉛直方向には差分法により離散化した数値モデルを作成する
- 作成した数値モデルを元に、気候値を基本場として力学演算子行列を数値的に取り出す。
- 得られた演算子行列を固有値・特異値分解する

・固有値/特異値解析とEOF解析

・EOF解析

気候偏差場からなる時系列データを時間方向に縮約して得られる共分散行列を固有値分解することで卓越する変動モードを取り出す手法。得られた固有ベクトルは経験的直交関数(Empirical Orthogonal Function)と呼ばれる。

・力学演算子の固有値分解

基本場として与えられた気候平均場の下で可能な基本振動解が求まる。固有値の実部が成長率、虚部が振動数を表す。

・力学演算子の特異値分解

行列Aに対し、 A^*A の固有値の平方根は特異値、固有ベクトルは特異ベクトルと呼ばれる。多数のランダムな強制に対する定常応答の共分散行列のEOFと力学演算子の右特異ベクトルが一致すると考えられている

・演算子行列の取り出し方

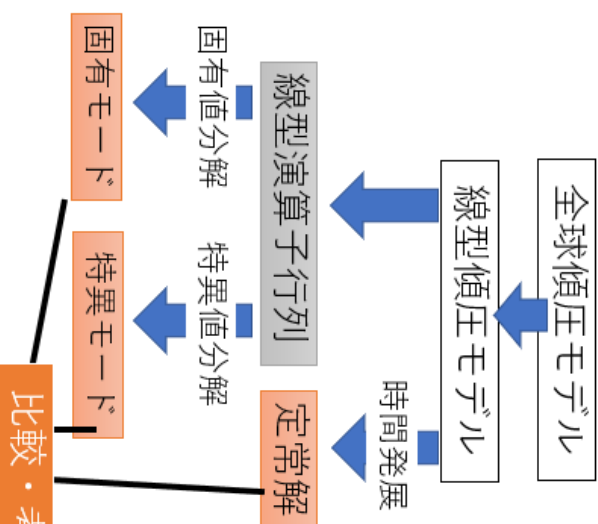
線型化した方程式 $\frac{\partial \mathbb{X}'}{\partial t} = A\mathbb{X}'$ から行列Aを数値的に取り出す
行列Aの要素を $a_{ij}(i, j = 1, 2, \dots, N)$ としたとき、 $\mathbb{X}_k'$ を k 番目だけが1のベクトル

$$X_i = \begin{cases} 1 & i = k \\ 0 & i \neq k \end{cases}$$

を入力すると、出力される列ベクトル $\mathbb{P}_k$ は

$$\mathbb{P}_k = A\mathbb{X}_k' = (a_{kj})_{j=1, \dots, N}$$
$$k = 1, 2, \dots, N \text{ まで、} \mathbb{P}_k \text{ を計算すると}$$
$$A = (\mathbb{P}_1 \quad \dots \quad \mathbb{P}_k \quad \dots \quad \mathbb{P}_N)$$

研究の過程



・線型化・無次元化したプリミティブ方程式

$$\frac{\partial \zeta^{*'}}{\partial t^{*'}} = -\frac{1}{\cos^2 \varphi} \left(\frac{\partial A^{*'}}{\partial \lambda} + \cos \varphi \frac{\partial B^{*'}}{\partial \varphi} \right)$$
$$\frac{\partial D^{*'}}{\partial t^{*'}} = \frac{1}{\cos^2 \varphi} \left(\frac{\partial B^{*'}}{\partial \lambda} - \cos \varphi \frac{\partial A^{*'}}{\partial \varphi} \right) - V^2 (E^{*'} + \phi^{*'} + \bar{T}^{*'} \pi')$$
$$\frac{\partial T^{*'}}{\partial t^{*'}} = -\frac{1}{\cos^2 \varphi} \left(\frac{\partial (U^{*'} \bar{T}^{*'} + \bar{U} T^{*'})}{\partial \lambda} + \cos \varphi \frac{\partial (\bar{V} T^{*'} + V \bar{T}^{*'})}{\partial \varphi} \right) + T^{*'} \bar{D}^{*'} + \bar{T}^{*'} D^{*'} + C^{*'}$$
$$\frac{\partial \pi^{*'}}{\partial t^{*'}} = - \int_0^1 (D^{*'} - (v' \cdot \nabla \pi)^* - (\bar{v} \cdot \nabla \pi')^*) d\sigma$$
$$A^{*'} = (\bar{\zeta} + 1) U^{*'} + \zeta' \bar{U}^{*'} + \bar{\sigma} \frac{\partial V^{*'}}{\partial \sigma} + \bar{\sigma}' \frac{\partial \bar{V}^{*'}}{\partial \sigma} + \bar{T}^{*'} \cos \varphi \frac{\partial \pi^{*'}}{\partial \varphi} + T^{*'} \cos \varphi \frac{\partial \bar{\pi}^{*'}}{\partial \varphi} - \cos \varphi$$
$$B^{*'} = (\bar{\zeta} + 1) V^{*'} + \zeta' \bar{V}^{*'} - \bar{\sigma} \frac{\partial U^{*'}}{\partial \sigma} - \bar{\sigma}' \frac{\partial \bar{U}^{*'}}{\partial \sigma} - \bar{T}^{*'} \frac{\partial \pi'}{\partial \lambda} - T^{*'} \frac{\partial \bar{\pi}}{\partial \lambda} + \cos \varphi E^{*'} = \frac{U^{*'} U^{*'} + \bar{V}^{*'} V^{*'}}{\cos^2 \varphi}$$
$$C^{*'} = -\bar{\sigma} \kappa \frac{\partial (T^{*'} \sigma^{-\kappa})}{\partial \sigma} - \bar{\sigma}' \kappa \frac{\partial (\bar{T}^{*'} \sigma^{-\kappa})}{\partial \sigma} + \frac{T^{*'}}{\kappa} \left(\frac{\partial \bar{\pi}^{*'}}{\partial t^{*'}} + (\bar{v} \cdot \nabla \pi)^* \right) + \frac{\bar{T}^{*'}}{\kappa} \left(\frac{\partial \pi^{*'}}{\partial t^{*'}} + (v' \cdot \nabla \pi)^* + (\bar{v} \cdot \nabla \pi')^* \right)$$
$$\frac{\partial \phi^{*'}}{\partial \sigma} = -\frac{T^{*'}}{\sigma}, \quad \frac{\partial \phi^{*'}}{\partial \sigma \kappa} = -\frac{1}{\kappa} T^{*'} \sigma^{-\kappa}$$

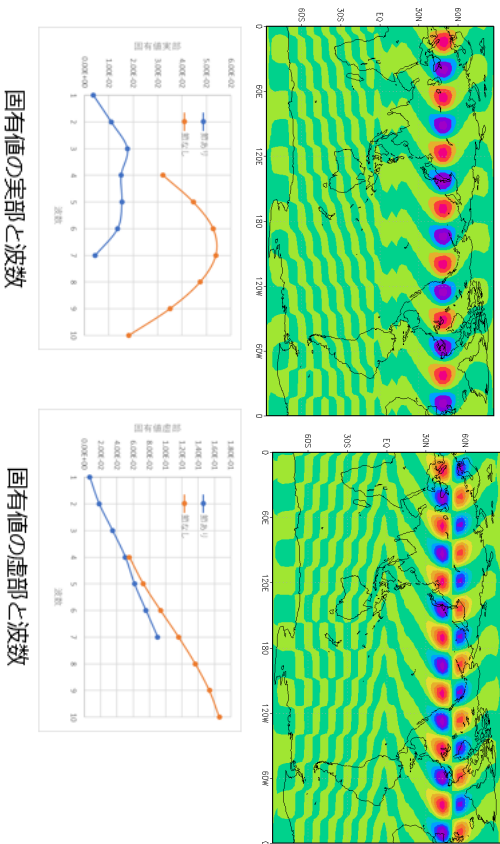
3 計算例①線型傾圧モデルによる 7 月の気候値の解析 (T42の解像度で計算)

- 固有値・特異値解析の結果、シルクロードパターンに似たパターンは得られなかった
- それぞれの第一モードは東地中海での負の加熱偏差に対応する上層の負の発散偏差場を強制とした線型傾圧モデルの定常応答に似ている

3 計算例②傾圧不安定を起こすような東西一様な基本場 (T21L10の解像度で計算)

渦度分布が南北方向に節を持つモード(波数1~7)とそうではないモード(波数4~10)が確認できた

固有値分解で得られたモード解



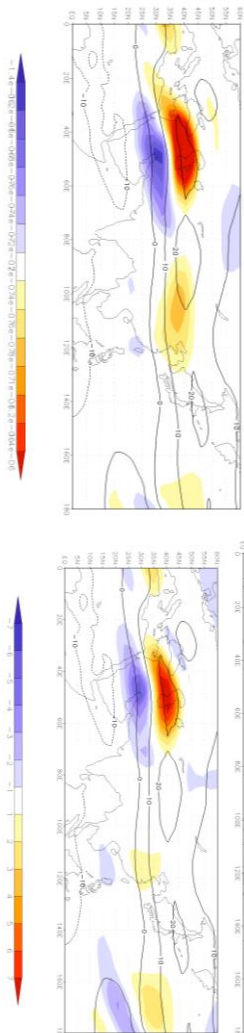
- 波数1~3のプラネタリー波領域では節ありのモードが卓越し、波数4~10の総観スケールでは節無しのモードが卓越する

- これらはTanaka and Kung(1989)で言及されている双極チャーンニーモード、チャーンニーモードに相当

4 まとめ

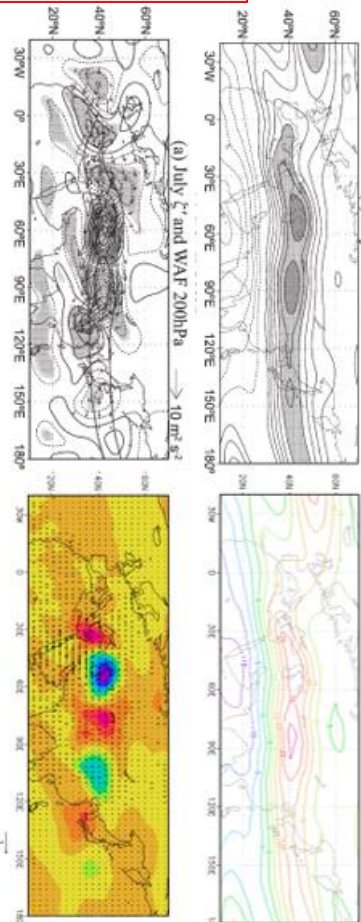
- 無次元化した球面上の全球線型傾圧/傾圧モデルを作成
- 線型モデルに様々な基本場を与えて演算子行列を数値的に取り出し、それを固有値分解することで固有モードを抽出
- 傾圧モデルの固有値分解・特異値分解からは、シルクロードパターンに似た成長モードは得られなかった。この事は、シルクロードパターンの出現に傾圧的なプロセスが重要であるという事実を裏打ちする
- 基本場として傾圧不安定を起こすような東西一様な東西風と温度の場を与えて実験し、傾圧不安定波のモード解を確認
- 7月の気候値を基本場とした解析ではT42L10でシルクロードパターンに似たモードを抽出。ただし、それ以下の解像度ではモードがうまく分離しなかった
- 得られたモードが妥当であるかどうかについては更なる検討が必要

300hPa渦度偏差
(上)第一固有モード
(下)第一特異モード
(左下) 線型モデルの時間発展解



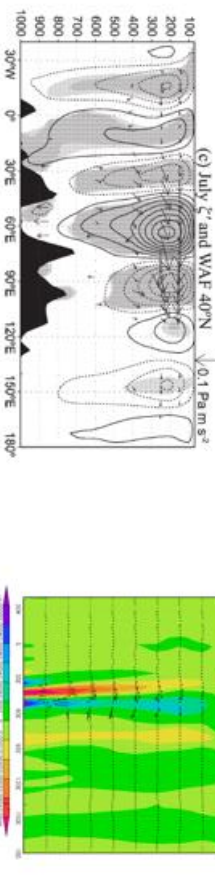
3 計算例③ 7 月の気候値 (T42L10の解像度で計算)

(上) kosaka et al. の気候場東西風速 (中) kosaka et al. のEOF解析で得られた渦度偏差



全て $\sigma = 0.8$
(上) JRA-55再解析7月気候値の東西風速
(中) 固有値解析で得られた渦度偏差
(下)固有値解析で得られた渦度偏差の東西断面(N=40°)

(下)kosaka et al.のEOF解析で得られた渦度偏差の東西断面



- 得られたモードの上位 10個は左で示した傾圧不安定モードに相当
- 定常なモードのうち、最も成長率が大きいモードからシルクロードパターンに似たものが抽出された

- 観測データのEOF解析から得られたものに比べると、東西波長がやや短い
- T42L10未満の解像度ではシルクロードパターンに似たモードは分離できなかった